

1. Oblicz granice funkcji:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x + 6}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x + 6}, \quad \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x}{x - 5}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{(x - 1)^2}.$$

2. Zbadaj zbieżność szeregów (zastosowanie kryteriów d'Alemberta i Cauchy'ego):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^3 + 3}{n^4} \right)^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)\pi^n}{n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n-1}{n^2} \right)^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5}{n+\pi} \right)^n.$$

3. Wyznacz promień zbieżności i przedział zbieżności (zbadaj też końce przedziału zbieżności) szeregów potęgowych:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 5^n}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n+1} x^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 x^n}{10^n}.$$

4. Wyznacz ekstrema lokalne i zbadaj monotoniczność funkcji (wyznacz przedziały, w których funkcja jest rosnąca i przedziały, w których jest malejąca):

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 14, \quad g(x) = \frac{1}{x^2 - x}, \quad h(x) = 3x^5 - 5x^3 - 7,$$

$$f(t) = (t - 5)e^t, \quad g(t) = e^{2t-t^2}, \quad h(t) = (t^2 - 1)e^t.$$

5. Oblicz całki:

przez podstawienie:

$$\int_0^1 (7x+5)^{100} dx, \quad \int (3x^2+5)^9 x dx, \quad \int x\sqrt{7-3x^2} dx, \quad \int \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin x}} dx, \quad \int \frac{(\ln x)^2}{x} dx,$$

przez części:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+2) \cos x dx, \quad \int (3x+4)e^{-x} dx, \quad \int (x^2+3) \ln x dx, \quad \int \sqrt[3]{x} \cdot \ln x dx.$$